Inhaltsverzeichnis

Vorwort **v**

Inhaltsverzeichnis **vii**

1 Einführung **1**
1.1 Geschichtliches 1
1.2 Das Problem der schwingenden Saite 2

2 Trigonometrische Polynome, Fourierkoeffizienten **7**
2.1 Darstellungen trigonometrischer Polynome 7
2.2 Die Fourierkoeffizienten trigonometrischer Polynome 8
2.3 Dirichlet-Kerne 11
2.4 Zusammenfassung über trigonometrische Polynome 13

3 Fourierreihen **15**
3.1 Die erste Fourierreihe 15
3.2 Grundlegende Sätze über Fourierreihen 22
3.3 Das Spektrum periodischer Funktionen 26
3.4 Übungsaufgaben 30

4 Rechnen mit Fourierreihen **31**
4.1 Symmetrie-Eigenschaften, Linearität, Ähnlichkeit 31
4.2 Translationen im Zeit- und im Frequenzbereich 35
4.3 Die Ableitung von Fourierreihen 37
4.4 Integration von Fourierreihen 38
4.5 Asymptotisches Verhalten der Fourierkoeffizienten 39
4.6 Spektrum und Leistung, Parseval-Gleichung 43
4.7 Übungsaufgaben 44

5 Anwendungsbeispiele für Fourierreihen **47**
5.1 Beste Approximation im quadratischen Mittel 47
5.2 Periodische Faltung, Anwendung auf lineare Systeme 50
5.3 Die Potentialgleichung auf einer Kreisscheibe 54
5.4 Lösung für das Problem der schwingenden Saite 58
5.5 Der Approximationssatz von Weierstraß 62
5.6 Das 1/f -Theorem von Wiener 63
5.7 Einführung in die diskrete Fouriertransformation 66
5.8 Übungsaufgaben 101

6 Zur Konvergenz von Fourierreihen **107**
6.1 Der Satz von Dirichlet 107
6.2 Der Satz von Fejér, Konvergenz von Glättungen 109
6.3 Die Parseval-Gleichung 115
6.4 Fourierreihen für Funktionen mehrerer Variablen 116
6.5 Gründe für den Übergang zu Distributionen 121
6.6 Übungsaufgaben 123

7 Grundzüge der Distributionentheorie **125**
7.1 Beschreibung von Funktionen durch Mittelwerte 125
7.2 Testfunktionen 128
7.3 Der δ-Impuls 129
7.4 Distributionen 135
7.5 Rechnen mit Distributionen 141
7.6 Testfunktionen und Distributionen mit mehreren Variablen 155
7.7 Tensorprodukt und Faltung 158
7.8 Übungsaufgaben 169

8 Anwendungsbeispiele für Distributionen **173**
8.1 Periodische Distributionen sind verallgemeinerte Fourierreihen 173
8.2 Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten 180
8.3 Anwendung auf lineare elektrische Netzwerke 191
8.4 Räumliche Potentialprobleme 195
8.5 Die Grundidee der Finiten Elemente 205
8.6 Distributionelle Lösung der Schwingungsgleichung 219
8.7 Zusammenfassung 221
8.8 Übungsaufgaben 223

9 Die Fouriertransformation **227**
9.1 Darstellung von Funktionen durch harmonische Schwingungen 227
9.2 Fouriertransformation reellwertiger Funktionen 230
9.3 Gibbs-Phänomen und Glättung 234
9.4 Rechnen mit Fouriertransformationen 235
9.5 Die Fouriertransformation für temperierte Distributionen 242
9.6 Fouriertransformation von Faltungen 254
9.7 Fouriertransformation quadratisch integrierbarer Funktionen 261
9.8 Die Fouriertransformation für Funktionen mehrerer Variablen 264
9.9 Übungsaufgaben 270

10 Grundlagen über Lineare Filter **273**
10.1 Signale 273
10.2 Translationsinvariante lineare Systeme 276
10.3 Analoge lineare Filter, Stetigkeit und Kausalität 277
10.4 Analoge Filter mit rationalen Frequenzgängen 287
10.5 Periodische Signale, stationäre Filterantwort 294
10.6 Diskrete lineare Filter, z-Transformation 298
10.7 Übungsaufgaben 323

11 Weitere Anwendungsbeispiele für die Fouriertransformation 327
11.1 Der Abtastsatz von Shannon . . . 327
11.2 Sampling als Grundlage digitaler Übertragungstechnik . . . 330
11.3 Die Heisenbergsche Unschärferelation . . . 343
11.4 Zeit-Frequenz-Analyse, gefensterte Fouriertransformationen . . . 349
11.5 Zeitfenster bei der diskreten Fouriertransformation . . . 357
11.6 Anfangswertprobleme für stabile zeitinvariante lineare Systeme . . . 363
11.7 Anfangswertprobleme für Wellen- und Wärmeleitungsgleichung . . . 364
11.8 Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis . . . 369
11.9 Übungsaufgaben . . . 377

12 Ausblicke auf weiterführende Konzepte 379
12.1 Hilberträume, spezielle vollständige Orthonormalsysteme . . . 379
12.2 Wavelets . . . 386

A Der Residuensatz und der Fundamentalsatz der Algebra 405

B Hilfsmittel aus der Integrationstheorie 411

C Lösungen zu den Übungsaufgaben 423

Literaturverzeichnis 449

Symbolverzeichnis und physikalische Größen 457

Index 459