

Rolf Brigola

Fourier-Analysis und Distributionen

Eine Einführung mit Anwendungen

Nachfolgend eine Leseprobe aus dem Buch. Wir würden uns freuen, wenn Ihnen das Buch zusagt und Sie es auch anderen Interessenten und Ihrer Bibliothek empfehlen würden.

Sie können bei Interesse das Buch hier direkt in unserem Online-Shop bestellen.

Bestellung mit oder ohne Registrierung möglich, Lieferung in Deutschland versandkostenfrei.

[Link zum Online-Shop der *edition swk*](#)

edition swk

Prof. Dr. Rolf Brigola
Georg-Simon-Ohm-Hochschule
Fakultät Allgemeinwissenschaften
Keßlerplatz 12
90489 Nürnberg

© Rolf Brigola, 2012

Erschienen in der edition swk (www.stiftung-swk.de/edition-swk)
Co-Verlag: tredition GmbH, Burchardstr. 21, 20095 Hamburg
Printed in Germany
ISBN: 978-3-8491-1743-6

1. korrigierter Nachdruck 2012

Mathematics Subject Classification (2000): 42-01

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Angaben sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Das Werk, einschließlich seiner Teile, ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung ist ohne Zustimmung des Verlags und des Autors unzulässig. Dies gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Umschlaggestaltung: Carsten Thomas, Georg-Simon-Ohm-Hochschule Nürnberg

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Inhaltsverzeichnis	vii
1 Einführung	1
1.1 Geschichtliches	1
1.2 Das Problem der schwingenden Saite	2
2 Trigonometrische Polynome, Fourierkoeffizienten	7
2.1 Darstellungen trigonometrischer Polynome	7
2.2 Die Fourierkoeffizienten trigonometrischer Polynome	8
2.3 Dirichlet-Kerne	11
2.4 Zusammenfassung über trigonometrische Polynome	13
3 Fourierreihen	15
3.1 Die erste Fourierreihe	15
3.2 Grundlegende Sätze über Fourierreihen	22
3.3 Das Spektrum periodischer Funktionen	26
3.4 Übungsaufgaben	30
4 Rechnen mit Fourierreihen	31
4.1 Symmetrie-Eigenschaften, Linearität, Ähnlichkeit	31
4.2 Translationen im Zeit- und im Frequenzbereich	35
4.3 Die Ableitung von Fourierreihen	37
4.4 Integration von Fourierreihen	38
4.5 Asymptotisches Verhalten der Fourierkoeffizienten	39
4.6 Spektrum und Leistung, Parseval-Gleichung	43
4.7 Übungsaufgaben	44
5 Anwendungsbeispiele für Fourierreihen	47
5.1 Beste Approximation im quadratischen Mittel	47
5.2 Periodische Faltung, Anwendung auf lineare Systeme	50
5.3 Die Potentialgleichung auf einer Kreisscheibe	54
5.4 Lösung für das Problem der schwingenden Saite	58
5.5 Der Approximationssatz von Weierstraß	62
5.6 Das $1/f$ -Theorem von Wiener	63
5.7 Einführung in die diskrete Fouriertransformation	66
5.8 Übungsaufgaben	97

6	Zur Konvergenz von Fourierreihen	103
6.1	Der Satz von Dirichlet	103
6.2	Der Satz von Fejér, Konvergenz von Glättungen	105
6.3	Die Parseval-Gleichung	111
6.4	Fourierreihen für Funktionen mehrerer Variablen	112
6.5	Gründe für den Übergang zu Distributionen	117
6.6	Übungsaufgaben	119
7	Grundzüge der Distributionentheorie	121
7.1	Beschreibung von Funktionen durch Mittelwerte	121
7.2	Testfunktionen	124
7.3	Der δ -Impuls	125
7.4	Distributionen	131
7.5	Rechnen mit Distributionen	137
7.6	Testfunktionen und Distributionen mit mehreren Variablen	151
7.7	Tensorprodukt und Faltung	154
7.8	Übungsaufgaben	165
8	Anwendungsbeispiele für Distributionen	169
8.1	Periodische Distributionen sind verallgemeinerte Fourierreihen	169
8.2	Lineare Differentialgleichungen mit konstanten Koeffizienten	176
8.3	Anwendung auf lineare elektrische Netzwerke	187
8.4	Räumliche Potentialprobleme	191
8.5	Die Grundidee der Finiten Elemente	201
8.6	Distributionelle Lösung der Schwingungsgleichung	215
8.7	Zusammenfassung	217
8.8	Übungsaufgaben	219
9	Die Fouriertransformation	223
9.1	Darstellung von Funktionen durch harmonische Schwingungen	223
9.2	Fouriertransformation reellwertiger Funktionen	226
9.3	Gibbs-Phänomen und Glättung	230
9.4	Rechnen mit Fouriertransformationen	231
9.5	Die Fouriertransformation für temperierte Distributionen	238
9.6	Fouriertransformation von Faltungen	250
9.7	Fouriertransformation quadratisch integrierbarer Funktionen	257
9.8	Die Fouriertransformation für Funktionen mehrerer Variablen	260
9.9	Übungsaufgaben	266
10	Grundlagen über Lineare Filter	269
10.1	Signale	269
10.2	Translationsinvariante lineare Systeme	271
10.3	Analoge lineare Filter, Stetigkeit und Kausalität	273
10.4	Analoge Filter mit rationalen Frequenzgängen	282
10.5	Periodische Signale, stationäre Filterantwort	288
10.6	Diskrete lineare Filter, z-Transformation	292
10.7	Übungsaufgaben	314

11 Weitere Anwendungsbeispiele für die Fouriertransformation	317
11.1 Der Abtastatz von Shannon	317
11.2 Die Heisenbergsche Unschärferelation	321
11.3 Zeit-Frequenz-Analyse, gefensterter Fouriertransformationen	327
11.4 Zeitfenster bei der diskreten Fouriertransformation	335
11.5 Anfangswertprobleme für stabile zeitinvariante lineare Systeme	341
11.6 Anfangswertprobleme für Wellen- und Wärmeleitungsgleichung	342
11.7 Der Satz von Malgrange-Ehrenpreis	347
11.8 Übungsaufgaben	355
12 Ausblicke auf weiterführende Konzepte	357
12.1 Hilberträume, spezielle vollständige Orthonormalsysteme	357
12.2 Wavelets	364
A Der Residuensatz und der Fundamentalsatz der Algebra	383
B Hilfsmittel aus der Integrationstheorie	387
C Lösungen zu den Übungsaufgaben	399
Literaturverzeichnis	425
Symbolverzeichnis	431
Index	433